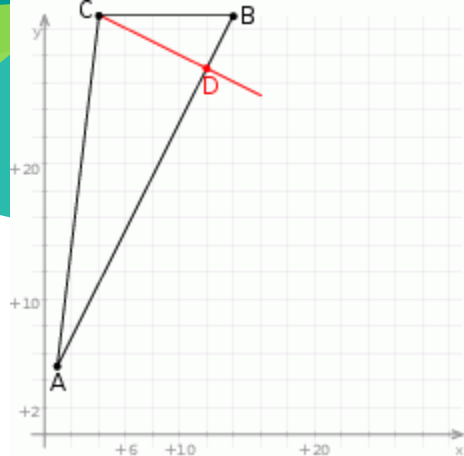


# Rozwiązywanie zadania z geometrii analitycznej

Punkty  $A = (1,5)$ ,  $B = (14,31)$ ,  $C = (4,31)$  są wierzchołkami trójkąta. Prosta zawierająca wysokość tego trójkąta poprowadzona z wierzchołka  $C$  przecina prostą  $AB$  w punkcie  $D$ . Oblicz długość odcinka  $BD$ .

# Rozwiązywanie zadania:

Punkty  $A = (1,5)$ ,  $B = (14,31)$ ,  $C = (4,31)$  są wierzchołkami trójkąta. Prosta zawierająca wysokość tego trójkąta poprowadzona z wierzchołka  $C$  przecina prostą  $AB$  w punkcie  $D$ . Oblicz długość odcinka  $BD$ .



## KROK PIERWSZY

Aby wyznaczyć współrzędne punktu  $D$  potrzebujemy znać równania prostych  $AB$  i  $CD$ . Warto zacząć od  $AB$ . Szukamy prostej postaci  $y = ax + b$ .

Podstawiając współrzędne punktów  $A$  i  $B$  mamy układ równań:

$$\begin{cases} 5 = a + b \\ 31 = 14a + b \end{cases}$$

Odejmując od drugiego równania pierwsze otrzymamy:

$$26 = 13a \quad \Rightarrow \quad a = 2.$$

$$\text{Zatem:} \quad b = 5 - a = 3$$

Wyznaczamy równanie prostej  $AB$ :  $y = 2x + 3$

## KROK DRUGI

Wyznaczamy równanie prostej  $CD$ :

Prosta  $CD$  **jest prostopadła** do  $AB$ , czyli ma postać:

$$y = -\frac{1}{2}x + b$$

i przechodzi przez punkt  $C = (4,31)$  skąd:

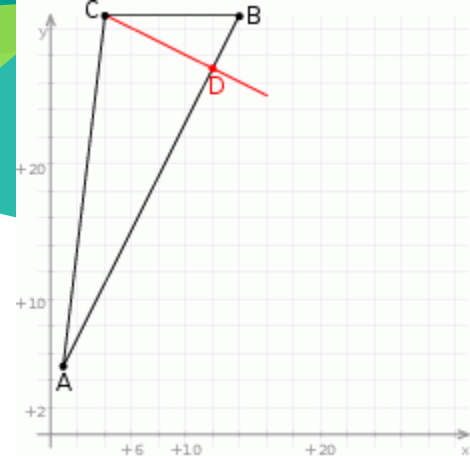
$$31 = -\frac{1}{2} \cdot 4 + b \quad \Rightarrow \quad b = 31 + 2 = 33.$$

Wyznaczamy równanie prostej  $CD$ :

$$y = -\frac{1}{2}x + 33$$

# Rozwiązywanie zadania:

Punkty  $A = (1,5)$ ,  $B = (14,31)$ ,  $C = (4,31)$  są wierzchołkami trójkąta. Prosta zawierająca wysokość tego trójkąta poprowadzona z wierzchołka  $C$  przecina prostą  $AB$  w punkcie  $D$ . Oblicz długość odcinka  $BD$ .



## KROK TRZECI:

Szukamy teraz punktu wspólnego  $D$  prostych  $AB$  i  $CD$ :

$$\begin{cases} \text{RÓWNANIE PROSTEJ AB: } y = 2x + 3 \\ \text{RÓWNANIE PROSTEJ CD: } y = -\frac{1}{2}x + 33. \end{cases}$$

**ODEJMUJĄC OD PIERWSZEGO RÓWNAŃ DRUGIE OTRZYMYMY:**

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{5}{2}x - 30 \\ 30 &= \frac{5}{2}x \\ x &= 12. \end{aligned}$$

$$y = 2x + 3 = 27$$

$$D = (12, 27)$$

## KROK CZWARTY:

Obliczamy długość odcinka  $BD$ :

$$BD = \sqrt{(12 - 14)^2 + (27 - 31)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$$

**ODPOWIEDŹ: ODCINEK  $BD$  MA DŁUGOŚĆ  $2\sqrt{5}$ .**

# PRZYDATNE WZORY:

Długość odcinka w układzie współrzędnych:

$$|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Własność dot. prostych prostopadłych:

$$a_1 * a_2 = -1$$

**Laura Jeleń kl. IID**

Bibliografia: <http://www.zadania.info/>